



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 13 MARTIE 2010

Clasa a VI-a

Problema 1. a) Fie mulțimea de numere raționale $A = \left\{ \frac{2010}{2}, \frac{2009}{3}, \frac{2008}{4}, \dots \right\}$. Determinați mulțimea $A \cap \mathbb{N}$.

Sorin Furtună , Călărași

b) Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Să se arate că, pentru orice număr rațional $x > 1$, există $k, p \in \mathbb{N}$, $k > n$, astfel încât:

$$x = \left(1 + \frac{1}{k}\right) \left(1 + \frac{1}{k+1}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{k+p}\right).$$

G.M. 6/2009

Problema 2. Fie a și b sunt două numere naturale nenule iar $m = 11a + 21b + 17$ și $n = 8a + 3b + 5$.

a) Arătați că dacă $9|m$ atunci $9|n$.

b) Arătați că dacă a și b verifică egalitatea : $[a, b] + (a, b) = 2a + 3b$ atunci fracția $\frac{3a+14b}{3b+14a}$ este reducibilă

($[a, b]$ și (a, b) sunt cel mai mic multiplu comun respectiv cel mai mare divizor comun al numerelor a și b).

Nela Costache , Călărași și Relu Ciupea , Oltenița

Problema 3. Fie $\triangle ABC$ un triunghi isoscel ($[AB] \equiv [AC]$) și D mijlocul laturii $[AC]$.

a) Dacă $[AB] \equiv [BC]$, punctul E este simetricul punctului D față de dreapta BC și punctul F este simetricul punctului B față de punctul E arătați că $F \in AC$.

b) Dacă $m(\angle BAC) > 90^\circ$, $M \in (BC)$ astfel încât $DM \perp AC$, $DM \cap AB = \{N\}$, $P \in (DN)$ astfel încât $m(\angle DCP) = m(\angle NCP)$ arătați că $AM \parallel CP$ și $[AM] \equiv [CP]$.

Sorin Furtună și Eugen Predoiu, Călărași

Problema 4. Fie punctele A, B, C, D, X, Y, Z astfel încât $X, Y \in (AZ)$, $X \in (AY)$, $[BC] \cap AZ = \emptyset$ și $(BD) \cap AZ \neq \emptyset$. Dacă $BX \perp AZ$, $BX \parallel DY \parallel CZ$, $[AX] \equiv [YZ] \equiv [DY]$, $[BX] \equiv [XZ]$ și $[CZ] \equiv [XY]$ arătați că:

a) $\triangle ABX \equiv \triangle DAY$;

b) Patrulaterul $ABCD$ este pătrat.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

SUCCES!

Notă : Durata concursului este de trei ore .

Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 2.** a) 4 puncte ; b) 3 puncte ; **Problema 3.** a) 3 puncte ; b) 4 puncte ; **Problema 4.** a) 2 puncte ; b) 5 puncte .